

# Tópicos de uma modelagem computacional de poluentes

João Jachic (Ph.D.)

Engenharia Civil e Ambiental - Universidade Tuiuti do Paraná

Fábio Bizzi Zorzal (Doutor)

Engenharia Civil e Ambiental - Universidade Tuiuti do Paraná

## Resumo

A geração de bens e produtos da industrialização tecnológica acumulam rejeitos poluidores e fazem crescer a demanda por água e oxigênio. O problema ambiental se agrava quando ocorrem despejos de poluentes em corpos d'água que eventualmente suprem os reservatórios para obtenção da água para consumo humano. Os resíduos deixados na superfície do solo acabam carregados por águas pluviais para córregos e estes para os corpos d'água nas metrópoles. Neste trabalho, apresentam-se alguns mecanismos de transporte de particulados leves através de correnteza de canais e emissários submarinos. Avaliam-se as forças físicas e apresentam-se as equações relevantes da dinâmica destes particulados quando a sua massa específica varia devido à incorporação de água e à reações bioquímicas. A agregação de água no volume dos particulados causa variação nas forças de empuxo e de arraste. A difusão e a convecção causam efeitos contrários, mas dependem da correnteza do fluido no meio carreador, e fazem com que a distribuição de densidade do esgoto no volume de controle evolua no tempo e no espaço de acordo com uma gaussiana cujo centro se desloca com a correnteza. Neste trabalho, modela-se o caso de uma tubulação despejando uma certa quantidade de esgoto por minuto num ponto do corpo d'água. Usando o *MatLab*, simula-se a evolução da pluma dos particulados do despejos dentro do corpo d'água sujeito à forças de empuxo, peso e forças de arrastes com perfil vertical de correntezas. Calcula-se a massa efetiva retida por uma barreira colocada em certo ponto na superfície do corpo d'água.

**Palavras-chave:** particulados, esgoto, fluidos, empuxo, simulação computacional.

## Abstract

The generation of goods and industrial activities accumulate waste products that pollute the environment and force an ever increasing demand for water and oxygen. The problem worsens when the waste dumping occurs in streams and water reservoirs that are used for human consumption. The waste left anywhere in the soil will eventually be dragged towards the nearest river or lagoon. In this work, it is presented some transport mechanisms of light particulates through streams and channels. Relevant forces and equations for the dynamics of the particulates flow are evaluated when the specific mass varies due to water incorporation process. The water adsorption causes variation of the buoyant and drag forces on the particulates. The diffusion and convection processes depend on the flow current resulting in a time and space varying concentration of the particulates. In this work, the case of waste dumping through a channel is modeling for a water lagoon. The time and space evolution of the pollutant fanning in the fluid is simulated using *MatLab* modeling of the buoyant and drag forces. The effective retained mass of the pollutant is calculated when a barrier is placed at some point on the surface of the water body.

**Key words:** particulates, sewer wastes, fluids, buoyant forces, computational simulation.

## 1 Introdução

O avanço tecnológico gera o desenvolvimento industrial. Este, por sua vez, é bem aceito e até esperado pela humanidade, visto que melhora a sua qualidade de vida. Cerca de 80% da população mundial vive em áreas urbanas e contam com os benefícios da tecnologia como transporte, eletricidade, gás, água encanada, sistema de esgotos, entre outros, que se tornaram imprescindíveis ao modo atual de vida do cidadão moderno. Mesmo para o homem do campo, a industrialização e a tecnologia estão gerando benefícios os quais ele se acostumou a usufruir.

Sabe-se que toda tecnologia traz algum efeito colateral que, deve ser diagnosticado, analisado e por fim limitado porque em geral traz conseqüências danosas para o meio ambiente incluindo aí o próprio homem e o seu habitat. Nesta categoria, pode-se citar principalmente os resíduos, como gases de exaustão (em especial o monóxido de carbono e o dióxido de carbono), sólidos de dispersão e dejetos líquidos. Os

resíduos não poluidores podem e devem ser reciclados para uma reutilização dentro do processo industrial. Os rejeitos danosos para o metabolismo de seres vivos, notadamente os de sangue quente, são considerados poluentes e devem ser continuamente retirados do meio ambiente. Os resíduos industriais e domésticos podem ainda ser transformados por processos mecânicos, químicos e biológicos, eventualmente em resíduos reutilizáveis dentro de um processo produtivo. Como exemplo, partes dos esgotos podem servir como matéria prima para a indústria de adubos orgânicos para a agricultura.

A geração de bens e produtos da industrialização tecnológica além de acumular rejeitos poluidores, gera paralelamente uma demanda cada vez crescente de suprimentos de matéria prima, notadamente as duas mais importantes para a vida, que são a água e o oxigênio. Como consequência direta desta industrialização, resume-se que haverá um crescente acúmulo de poluentes, com redução acentuada do suprimento de água e de oxigênio, entre outros. Este problema é agravado quando o suprimento de água estiver ligado ao despejo de poluentes em corpos d'água que podem e devem servir de reservatórios para a obtenção de água potável para o consumo da população. Isto se deve em parte ao fato que os rios são transportadores naturais de massa, já que estão em regiões com mínima

energia potencial em relação à vizinhança. Qualquer resíduo deixado na superfície do solo acaba eventualmente sendo carregado por águas pluviais para um córrego ou rio próximo, ou ainda simplesmente arrastado pelo gradiente do potencial gravitacional para os pontos mais baixos ocupados, em geral, por uma bacia hidrográfica. Isto quer dizer que a população deve interferir neste processo natural e evitar que os despejos poluentes, que inevitavelmente são gerados pela industrialização, acabem atingindo um rio. Desta forma, o problema da manutenção de mananciais de água e meio ambiente sustentável é parte de uma gestão ambiental e de recursos hídricos que deve ser cuidadosamente contemplada pela máquina administrativa de todo e qualquer centro comunitário ou urbano, aí incluindo o homem do campo e o seu habitat. Ditado pelo ciclo natural das bacias hidrográfica, a rede de esgotos e de água potável da maioria dos centros urbanos no Brasil pressupõe que em algum ponto do processo haverá a contaminação dos rios, lagos e açudes, que são os reservatórios de água, pelos poluentes dos dejetos industriais e domésticos. Isto quer dizer que os reservatórios de água recebem uma certa carga de poluentes através de seus afluentes. A maior parte dos despejos industriais e domésticos serão previamente tratados antes de atingirem o reservatório de água utilizado pela comunidade para o abastecimento

de água potável. Mas, o tratamento prévio não impede que os dejetos sejam ainda altamente poluidores e nocivos à saúde, por conterem vida bacteriana e produtos químicos em concentrações incompatíveis com o metabolismo dos seres vivos. Por outro lado, boa parte dos despejos de esgotos nos rios são clandestinos, acidentais ou até naturais. Como conseqüência, o corpo d'água recebe necessariamente uma considerável carga de despejo poluidor, mesmo nas estações do ano com pouca precipitação pluviométrica. Desta forma, tanto a gestão dos recursos hídricos como a política de saneamento básico de um centro urbano, devem ser conduzidos, por um lado, com máxima preocupação ambiental, por outro lado, com uma visão macroeconômica. Isto porque, a incidência de patogenias e a gama de distúrbios funcionais no corpo humano causados pelos poluentes carregados pela rede de abastecimento de água, aliado a carência crescente de água potável resulta em última análise num problema econômico, sanitário e ambiental. Há que se adotar uma posição gerencial equilibrada entre os fatores econômicos e os ambientais em qualquer gestão dos recursos hídricos e o saneamento básico dos rejeitos industriais e domésticos. Uma tomada de posição numa gestão otimizada dos recursos hídricos associada ao saneamento básico, requer necessariamente um esquema adequado, ágil e confiável de

monitoramento de todos os poluentes que são despejado no corpo d'água. O monitoramento permite conhecer, avaliar e quantificar os agentes causadores da degradação ambiental. Pode-se, assim tomar decisões de gestão integrada para minimizar os efeitos danosos destes poluentes no processo de degradação ambiental (Demuyne *et al.*, 1997). O monitoramento experimentalmente conduzido por equipamentos, em geral, é bastante oneroso dado a variedade extensa de parâmetros que devem ser determinados. Fica premente que o monitoramento dos poluentes pode e deve ser auxiliado por um sistema de avaliação baseado numa modelagem matemático-computacional utilizando as equações físico-químicas constitutivas de uma teoria suficientemente adequada da cinética e da dinâmica destes poluentes dentro do meio carreador, no caso a água. O problema otimizado, embora complexo, pode ser analisado através de modelos simplificados, para os quais se podem associar equações matemáticas do comportamento físico e químico. As equações matemáticas resultantes, em geral, não têm soluções analíticas para o vasto domínio das variáveis envolvidas e as suas respectivamente condições de contorno. Por isto é comum utilizar um esquema computacional de resolução numérica das equações da cinética e da dinâmica, utilizando um processo de discretização espacial e temporal das variáveis

constitutivas, aliado a uma simplificação geométrica suficientemente adequada para obter soluções que satisfaçam os dados experimentais dentro de uma faixa restrita de erros e que, adicionalmente, reflitam alguma extrapolação viável do problema analisado. A modelagem computacional é feita com alguns parâmetros adicionados justamente para permitir um esquema de calibração utilizando um processo de otimização confrontando as avaliações computacionais do modelo com os dados experimentais no próprio corpo de provas. Esta calibração, em geral, é de pequenos ajustes nos valores dos parâmetros. Espera-se que o sistema computacional calibrado possa ser utilizado para avaliar parâmetros em outros corpos de prova de natureza semelhante ao trabalhado.

## 2 Modelagem parametrizada

O esgoto será considerado como um líquido contendo partículas sólidas em suspensão. Devido às forças de coesão entre as moléculas dos particulados e as tensões superficiais entre as moléculas de água envolvendo estes particulados, formam-se cavidades com ar e gases de decomposição dos particulados, todos envoltos por uma camada de água. Desta forma, o corpo do esgoto terá uma densidade  $\rho_e$  levemente inferior ao da água. Nesta modelagem, abordaremos

apenas o caso de uma tubulação despejando uma certa quantidade de esgoto por minuto num ponto do corpo d'água. Isto equivale ao caso de um riacho ou córrego afluyente. Consideraremos um volume unitário,  $V_{ue}$ , que contém a massa de esgoto igual à vazão mássica,  $\phi$ , em kg/min. Assim, a massa unitária de esgoto,  $m_{ue}$ , será  $\phi \Delta t$ , para um intervalo de tempo  $\Delta t$  de um minuto. Conseqüentemente, o volume unitário de esgoto será dado por  $V_{ue} = m_{ue} / \rho_e$ . O contato prolongado, do esgoto com a água, permite que as cavidades internas sejam gradativamente preenchidas por água. Disto resulta que a densidade do volume unitário de esgoto mude com o tempo se aproximando ao da água,  $\rho_a$ , segundo a equação:

$$\rho_e = \rho_{eo} + (\rho_a - \rho_{eo})(1 - e^{-k_e t}) \quad (1)$$

onde  $\rho_{eo}$  é a densidade inicial do esgoto e  $k_e$  é a constante de tempo de incorporação de água pelo esgoto.

Uma conseqüência direta deste modelo é que o volume unitário de esgoto diminui com o tempo com a incorporação de água. Isto é conveniente para o equacionamento das forças que atuam neste corpo. Desta forma, o empuxo da água sobre o corpo de prova diminuirá com o tempo, reproduzindo corretamente a velocidade vertical. Por outro lado, as partículas do corpo de prova estão sujeitas à difusão

molecular devido ao movimento browniano e à convecção resultante do movimento das camadas do líquido, em geral como consequência de uma correnteza no corpo d'água. Disto se infere que as fronteiras do corpo de prova, de volume  $V_{ue}$ , aumentam com o tempo de difusão e de convecção. Vale lembrar que a convecção por si só provoca uma agitação molecular contribuindo para a difusão total dos particulados no  $V_{ue}$ . A incorporação de água e a difusão causam efeitos contrários no  $V_{ue}$  e só podem ser quantitativamente avaliados no contexto de forças atuantes no corpo de prova por meio de um simulador computacional. A difusão total devido a difusão molecular e a convecção, faz com que a distribuição de densidade do esgoto no volume de controle,  $V_{ue}$ , evolua no tempo ( $t$ ) e no espaço ( $r$ ) de acordo com uma gaussiana. A saber:

$$\rho(r, t) = \rho_o \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}} e^{-(r-r_o)^2 / 4Dt} \quad (2)$$

onde  $D$  é o coeficiente total de difusão dos particulados.

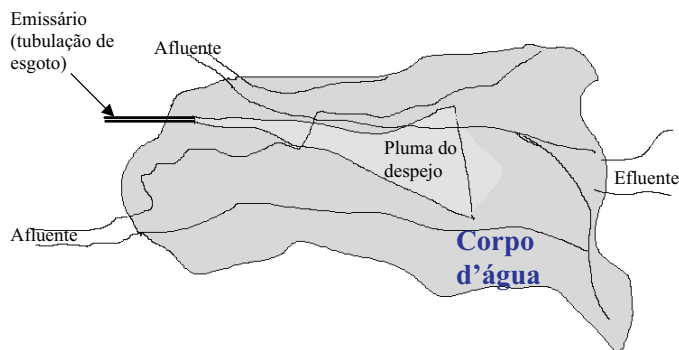
O valor efetivo de  $D$  pode ser determinado experimentalmente ou por calibração otimizada levando-se em conta o raio da pluma (cone de dispersão) do esgoto ao longo do corpo d'água.

Definimos um “orbital espacial” de tal forma que radialmente represente o raio da pluma e verticalmente contenha a distribuição gaussiana normalizada da densidade. Isto quer dizer que a integração espacial deste orbital fornece a massa unitária do volume de controle,  $m_{ue}$ , que neste modelo é constante. A forma deste orbital é mostrada diretamente no simulador computacional para alguns tempos especiais de observação. A evolução temporal deste orbital possibilita avaliar a quantidade de material poluente que efetivamente fluirá através de uma área predefinida como no caso de um efluente ou uma barreira de contensão, em geral colocada estrategicamente na superfície do corpo d'água.

Neste trabalho, focamos na análise da evolução temporal da trajetória do volume de controle de poluente despejado em algum ponto dentro de um corpo d'água, como esboçado na figura (1) abaixo. As condições atmosféricas e o fluxo natural das águas determinam um padrão de correntezas por camadas neste corpo d'água. Disto se infere que a concentração de poluentes é uma função do espaço e do tempo. Se o corpo d'água for muito pequeno e ainda sujeito a muita agitação provocada por ventos, então a concentração de poluentes se homogeneiza no volume em um intervalo de tempo relativamente pequeno. Porém, em geral os corpos d'água não são

pequenos frente aos emissários e afluentes que despejam os poluentes. Além disto, a direção dos ventos poderá ser sistematicamente uni-direcionada. Estes dois fatores contribuem para que se formem correntezas preferencialmente numa direção. Como consequência disto, a distribuição das densidades varia de acordo com esta correnteza. Até mesmo num rio, as camadas de água próximas das margens fluem mais lentamente que aquelas no centro. Como consequência do exposto, qualquer tentativa de monitoramento da evolução de poluente deverá levar em conta esta provável e significativa variação espacial e temporal de concentração ao longo do corpo d'água. A simulação computacional a partir da modelagem de um problema semelhante, porém relativamente simplificado, deverá auxiliar na avaliação das concentrações

Figura 1 – Esboço de um corpo d'água com emissário, afluentes e efluente



dos poluentes, mesmo quando se dispõe de muitos dados experimentais.

No problema inicial, abordamos a avaliação da trajetória da pluma do despejo dentro de um corpo d'água com correnteza que varia com a profundidade. Para tal, a modelagem computacional é feita a partir das equações da conservação de momento e energia, escritas a partir das forças atuantes no orbital espacial de massa constante e volume de controle variável no espaço e no tempo. Observa-se que o momento relativo à transferência de massa por difusão molecular pode ser considerado nulo. Assume-se, no entanto, que a massa permanece aproximadamente constante no volume unitário de controle mesmo que todos os componentes da matéria poluente dentro deste “reator” sofram processos físico-químicos e/ou biológicos. Isto quer dizer que reações químicas ou transformações biológicas poderão ocorrer dentro do orbital mas o fluxo total dos reagentes e produtos através da superfície envolvente deste volume de controle é praticamente zero devido aos processos de trocas com o meio externo. Em especial, admite-se que o oxigênio pode permear através da superfície do orbital devido aos processos de difusão e aeração, permutando com os gases resultantes da decomposição orgânica. Assim, nesta primeira etapa, simulamos a evolução da trajetória deste orbital no corpo d'água,



independentemente das reações químicas e/ou biológicas que possam ocorrer ao longo do tempo. Isto é possível, uma vez que o orbital está sendo normalizado de tal forma a preservar a massa total do sistema.

### 3 Metodologia

O emissário e/ou afluentes iniciam um regime de descarga de poluentes em regime contínuo e constante a partir do tempo  $t=0$ , com uma vazão mássica de  $\phi$  (kg/min). Admite-se que a descarga é feita por emissários ou afluentes de área de secção transversal  $A_e$  pequena em relação às proporções geométricas do corpo d'água. Assim, a velocidade inicial  $v_{ei}$  dos corpos de prova com o volume de controle  $V_{ue}$  por ocasião da ejeção do emissário será constante e dada por  $v_{ei}=\phi/A_e$ . O valor de  $v_{ei}$  é muito maior do que a velocidade equivalente de difusão dos poluentes no meio líquido. O corpo de prova, tão logo seja ejetado do emissário para dentro do meio líquido, sofre a ação das forças peso (P), empuxo (E) e atrito de viscosidade  $F_v$ , representadas respectivamente por:

$$P=\mu e * g; \quad E=\rho_a V_{ue} * g; \quad F_v=k_v v^2; \quad (3)$$

onde

$g$  = aceleração da gravidade local;

$\rho_a$  = densidade\* d'água;

$k_v$  = constante efetiva de viscosidade do poluente na água;

$v$  = velocidade relativa de escoamento do poluente na água.

A força peso é sempre vertical e dirigida para baixo (centro da Terra). A força de empuxo é também sempre vertical, mas dirigida para cima. Já a força de atrito de viscosidade é direcionada contrária à velocidade relativa  $v$  entre o corpo de prova do poluente e a água. Tanto o volume de controle  $V_{ue}$  como a densidade do corpo de prova  $\rho_e$  variam com o tempo de exposição à água.

Em geral, o despejo do poluente pelo emissário ou afluente se dá de tal forma que a velocidade  $v_{ei}$  é horizontal. Desta forma, a quantidade de movimento horizontal do volume de controle diminuirá com o tempo através do trabalho da força de viscosidade. Disto resulta uma desaceleração decrescente em valor (não constante) até atingir o zero quando também a velocidade relativa horizontal do poluente atinge o valor zero, ou seja, o poluente adquire a velocidade da correnteza do fluido no local. Já, verticalmente, o poluente sofre uma aceleração para cima de tal forma que a velocidade vertical do corpo de prova aumenta a partir do zero até atingir uma velocidade limite quando a força de atrito de viscosidade aumenta até

se igualar ao empuxo menos o peso. Esta velocidade limite, no entanto não é constante, porque ocorre a incorporação de água pelo corpo de prova além das possíveis transformações bioquímicas dentro do volume de controle. Desta forma, a velocidade limite acaba decrescendo com o tempo. Isto é verificado experimentalmente e simulado pelo modelo computacional, conforme esboçado em figuras mais adiante neste trabalho. As acelerações horizontal ( $a_h$ ) e vertical ( $a_v$ ) são matematicamente expressas como:

$$a_h = -k_v v^2 / \mu_e \quad a_v = (\rho_a V_{ue} g - k_v v^2) / \mu_e - g \quad (4)$$

As variações do volume de controle, das densidades e da velocidade relativa  $v$ , fazem com que as determinações de  $a_h$  e  $a_v$  devam obrigatoriamente serem feitas em um esquema computacional iterativo com realimentação temporal das variáveis de estado e controle, levando-se em conta inclusive os fenômenos de transporte de massa e até das reações químicas e biológicas dentro do “reator” expressas pelo orbital do volume de controle unitário.

Quando a velocidade limite de ascensão do poluente é atingida, a aceleração vertical  $a_v$  se torna zero, independentemente da distribuição das velocidades horizontais das correntezas da água no corpo d’ água considerado. Esta é a principal componente

de transporte de massa efetivo do poluente na direção vertical. Se, porém o poluente for despejado por um emissário já na superfície do corpo d’ água, então evidentemente que a força empuxo será mínima uma vez que a densidade do ar ( $\rho_{ar} = 1,2 \text{ kg/m}^3$ ) é cerca de mil vezes menor do que a da água ( $\rho_{agua} = 1000 \text{ kg/m}^3$ ). Neste caso, haverá apenas o deslocamento do corpo de prova na direção horizontal, levado pela correnteza. (O caso de sedimentação de particulados com densidade maior do que o da água será avaliado em outro trabalho).

Pelas hipóteses de pequeno emissário ou afluente em grande corpo d’ água, as distribuições das velocidades da correnteza neste corpo d’ água não se alteram com os fenômenos de transporte de massa dos poluentes lançados pelo emissário. Desta forma, as velocidades do corpo de prova ( $v_e$ ) relativas à velocidade da correnteza são computadas iterativamente pela integração numérica das acelerações, a saber:

$$v_e = v_{ei} + \int_{t_i}^{t_f} (a_h i + a_v j) dt \quad (5)$$

onde  $i$  e  $j$  são os versores dos eixos  $x$  (horizontal) e  $y$  (vertical), respectivamente.

A velocidade total dos poluentes no corpo d’ água é determinada somando vetorialmente a velocidade relativa ( $v_e$ ) fornecida pela eq. (5) acima, com a velocidade

das correntezas ( $v_c$ ) e ainda com aquelas devido ao transporte de massa resultante dos processos de difusão, convecção e turbulência ( $v_D$ ).

A variação da densidade do meio devido aos processos de difusão pode ser avaliado matematicamente a partir de princípios de conservação de massa dos componentes. Para tal, escreve-se inicialmente a Lei de Fick,[DeWitt] da seguinte forma:

$$J = -D \nabla \rho \quad (6)$$

onde  $J = \rho v$  = corrente de difusão e  $D$  é o coeficiente de difusão.

Analogamente, a correspondente equação da continuidade terá a forma:

$$\partial \rho / \partial t + \nabla \cdot (\rho v) = 0 \quad (7)$$

Levando o valor da corrente de difusão  $J$  da eq.(6) na eq.(7) resulta na equação da difusão dos poluentes para pontos sem fontes nem sumidouros de massa:

$$D \nabla^2 \rho = \partial \rho / \partial t \quad (8)$$

onde  $\nabla^2 \rho$  = laplaciano da densidade total do meio com poluentes.

Pode-se elaborar analiticamente uma solução  $F$  para a eq. (8) através de uma substituição de variável. Por simplicidade, suponhamos que a difusão ocorre em uma direção somente. Neste caso a dimensão espacial é representada pela variável  $x$ . Então, define-se uma nova variável  $\eta = x / (Dt)^{1/2}$ . Após calcular as derivadas parciais do laplaciano e a derivada temporal, chega-se a seguinte equação diferencial:

$$\frac{d^2 \Phi}{d\eta^2} + \frac{\eta}{2} \frac{d\Phi}{d\eta} = 0 \quad (9)$$

A equação diferencial acima é integrável após separação de variáveis, resultando em:

$$\frac{d\Phi}{d\eta} = c_1 e^{-\eta^2/4} \quad (10)$$

Usando as condições de contorno no tempo zero e no tempo infinito, respectivamente,  $\Phi(\eta = \infty) = \Phi_i$ ;  $\Phi(\eta = 0) = \Phi_\infty$ , e a definição de função erro, resulta neste caso na solução:

$$\frac{\Phi - \Phi_\infty}{\Phi_i - \Phi_\infty} = \text{erf} \left( \frac{x}{2(Dt)^{1/2}} \right) \quad (11)$$

Obviamente que o processo de difusão dos poluentes estará ocorrendo em um meio que por si só já está fluindo com a velocidade  $v_c$  da correnteza. Neste caso, a eq. (8) acima deverá ser corrigida com um termo adicional devido ao transporte do meio através desta velocidade. Desta forma, resulta:

$$D\nabla^2\rho = \partial\rho/\partial t + v_c \partial\rho/\partial x \quad (12)$$

Esta influência da velocidade de translação ( $v_c$ ) no processo de difusão da eq.(12) é tratada matematicamente [Hildebrand] pela inclusão de uma função auxiliar,  $\psi$ , a partir da solução,  $\phi$ , da equação da difusão, eq.(8), acima.

$$\Psi = \Phi E^{-(ax+bt)} \quad (13.1)$$

$$\text{onde } a = -v_c/2D \quad \text{e} \quad b = v_c^2/4D \quad (13.2)$$

A solução expressa pela eqs. (13) é facilmente implementadas no simulador computacional para qualquer distribuição espacial e temporal  $v_c(r,t)$  da velocidade da correnteza. Na modelagem atual, a velocidade da correnteza  $v_c$  varia nas três coordenadas espaciais, podendo inclusive ser dependente do tempo, simulando as variações típicas da sazonalidade no corpo d'água (marés, estiagem, enchentes, etc.) na região metropolitana de Curitiba. A inclusão da dependência de  $v_c$  na distribuição espacial temporal da concentração

de poluentes é imperativa visto que o valor de  $v_c$  na superfície do corpo d'água é bem superior aos termos de velocidade de difusão e de turbulência. (Em muitos casos, o valor de  $v_c$  pode ser considerado zero para pontos juntos ao fundo do leito do corpo d'água. Porém esta região só é importante para fins de deposição de particulados com o tempo. A sedimentação dos particulados na bacia do rio Barigui é um problema ambiental que está sendo modelado, na tentativa de auxiliar na tarefa de decisão do intervalo ótimo de tempo entre dragagens no lago do parque Barigui.

#### 4. Tipos de despejos e escoamentos

A solução da equação de difusão depende explicitamente do tipo de despejo e regime de escoamento do fluido carreador dos particulados no corpo d'água. Para explicitar tal dependência se faz necessário mostrar alguns exemplos de despejos e seus correspondentes regimes de escoamento. Nesta fase da pesquisa, aplicada ao leito do rio Barigui, nos limitaremos apenas a dois casos básicos de despejo de poluentes particulados e regime de escoamento do fluido carreador.

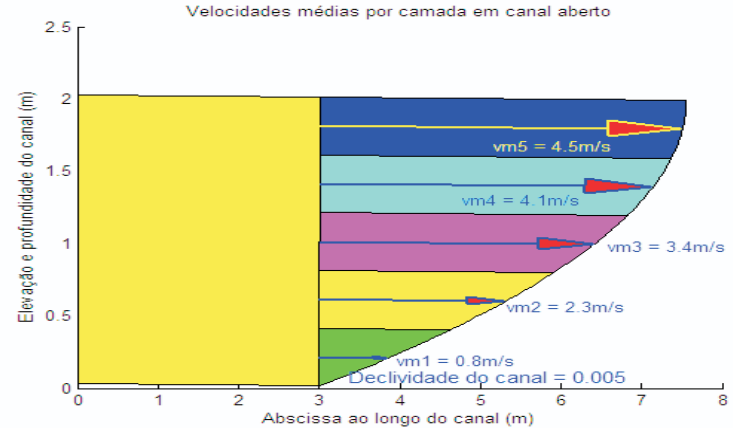
Caso 1 - Uma porção de M kg de poluente é colocada dentro de um canal aberto de largura L e profundidade média  $y_m$ , no tempo zero, na abscissa  $x_0$  contendo água fluindo com vazão média  $\phi$  pela diferença de potencial gravitacional devido ao desnível do leito do canal. O regime de escoamento é laminar. A viscosidade do fluido (água com poluente) é  $\mu$  medida em Pa.s. O perfil de velocidade, ao longo da altura y do leito do canal/rio, é dado pela expressão:

$$v(y) = \frac{w S}{\mu} (y y_m - y^2) \tag{14}$$

onde  $w$  = massa específica da água ( $1000\text{kg/m}^3$ ) e  $S$  é a declividade do leito e superfície livre do canal. O simulador fornece os valores calculados das vazões e das velocidades médias em cada uma das 5 camadas do escoamento laminar ao longo da profundidade do canal, para uma determinada declividade. Explicitamos parte do saída do simulador computacional:

Vazão média, $Q_1=30.3\text{m}^3/\text{s}$	Vel. média, $v_m=3\text{m/s}$ ( $y=1.15\text{m}$ )
Vazão média, $Q_1=1.7\text{m}^3/\text{s}$	Vel. média, $v_{m1}=0.8\text{m/s}$ ( $y_1=0.2\text{m}$ )
Vazão média, $Q_2=4.6\text{m}^3/\text{s}$	Vel. média, $v_{m2}=2.3\text{m/s}$ ( $y_2=0.6\text{m}$ )
Vazão média, $Q_3=6.8\text{m}^3/\text{s}$	Vel. média, $v_{m3}=3.4\text{m/s}$ ( $y_3=1\text{m}$ )

Figura 2 – Perfil de velocidades de escoamento com a profundidade de um canal com declive 0,005.



Vazão média, $Q_4=8.2\text{m}^3/\text{s}$	Vel. média, $v_{m4}=4.1\text{m/s}$ ( $y_4=1.4\text{m}$ )
Vazão média, $Q_5=9\text{m}^3/\text{s}$	Vel. média, $v_{m5}=4.5\text{m/s}$ ( $y_5=1.8\text{m}$ )

Caso 2 - Um emissário ou afluente despeja poluente, iniciando no tempo zero, na vazão mássica contínua de  $f_m$  (kg/min) num corpo d’água de volume muito grande (Vue). A densidade do fluido poluente despejado é  $r_e$  menor do que a da água  $r_a$ . O corpo d’água tem profundidade média  $z_M$ , o emissário de diâmetro  $d_e$  está localizado a uma profundidade de  $z_e$  e portanto despeja o poluente num ponto do corpo d’água de abscissa  $x=0$ ,  $y=0$  e  $z=z_M-P_e$ . Necessariamente tem-se que  $z_e \leq z_M$ . Muito raramente o despejo é realizado na superfície do corpo d’água,

para o qual então  $z_e = z_M$ . O corpo d'água sofre a ação das intempéries atmosféricas e potenciais gravitacionais. Disto resulta uma movimentação das camadas do fluido na forma de correntezas representado pelo perfil de velocidades  $v_m(r,t)$ . Nesta etapa do projeto, determinaremos a trajetória do material poluente dentro do corpo d'água, desde o tempo zero até o tempo final  $t_f$ . O despejo se dá pela emissão do fluxo mássico de poluente na direção  $x$ , escolhida como aquela predominante da direção da correnteza das águas no corpo d'água. Admitiremos que neste curto intervalo de tempo ( $t_p$ ) desta análise, a correnteza das camadas do corpo d'água não sofre variação apreciável. Isto equivale a usar um perfil de velocidade de correnteza  $v_c(z)$ , (na direção  $x$ ) como valor médio de  $v_c(r,t=t_p)$ . O regime de escoamento é laminar. Disto se infere que a velocidade máxima da correnteza ocorre na superfície. A velocidade da correnteza é admitida zero no fundo do corpo d'água ( $z=0$ ), região onde ocorre a deposição dos particulados em suspensão. O revolvimento do lodo, com o conseqüente lançamento de poluente para o meio fluídico, só ocorre quando  $v_c(z=0, t)$  é temporariamente maior do que zero. Neste trabalho desprezaremos o sumidouro de poluente devido às deposições, reações bioquímicas, etc, e as fontes de poluente devido ao revolvimento do lodo, uma vez que o regime de escoamento é

laminar com pequena correnteza até na superfície do corpo d'água. O volume de controle,  $V_{ue}$ , com massa,  $m_{ue}$ , terá massa específica  $\rho(r,t)$  variável no espaço e no tempo, conforme expresso na eq.(1) devido à incorporação de água com o tempo, caracterizado pela constante  $k_e$ . Devido ao processo de difusão, o material despejado se alastra no meio fluídico na forma de um cone ou pluma de dispersão. Um resultado importante para caracterizar o poluente é determinar a trajetória das sucessivas porções de material poluente caracterizado como orbital de massa  $m_{ue}$ , volume  $V_{ue}$  e densidade  $\rho(r,t)$ . No modelo adotado, haverá dispersão em todas as direções mesmo que a velocidade da correnteza seja só na direção  $x$ . Isto se deve, como abordado acima, ao fato que moléculas em movimento provocam choques que resultam em movimentos não necessariamente na direção do projétil e do alvo.

## 5. Resultados

A modelagem matemática do caso 2 para um emissário submarino despejando material poluente foi feita através de um simulador computacional usando o *MatLab*. Os principais resultados foram condensados na forma de gráficos de variáveis fisicamente importantes para uma avaliação do poluente e

do modo como ele se dispersa no corpo d'água. Fez-se também uma determinação computacional da quantidade de material poluente que poderá ser interceptado por uma barreira estrategicamente colocada numa região à jusante do ponto de despejo do emissário. A barreira só está ativa para material poluente que esteja na superfície do corpo d'água. Em geral, os poluentes representados pelos despejos de

Figura 3 – Na esquerda: Variação temporal da velocidade horizontal devido ao despejo do emissário de diâmetro  $d$  com a vazão mássica  $\Phi_m$  e da velocidade vertical com a velocidade limite variável. Na direita: Perfil axial da vel. horizontal da correnteza nas camadas do corpo d'água com alguns pontos experimentais.

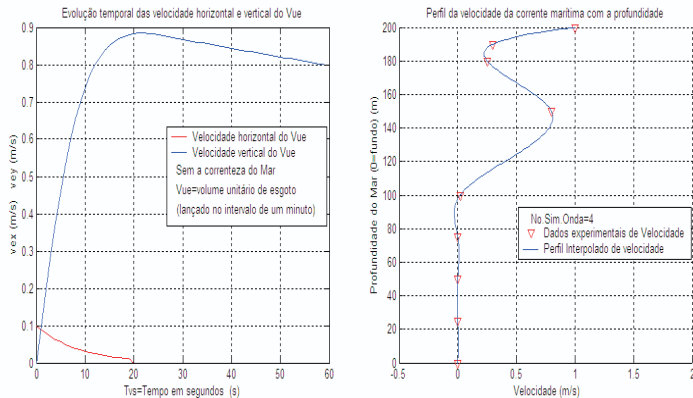


Figura 4 – Na esquerda: Variação temporal da trajetória do cone de dispersão (pluma) do material poluente lançado por um emissário submarino situado 200m abaixo da superfície. Na direita: Variação temporal da trajetória do cone de dispersão (pluma) do material poluente lançado por um emissário submarino situado 900m abaixo da superfície.

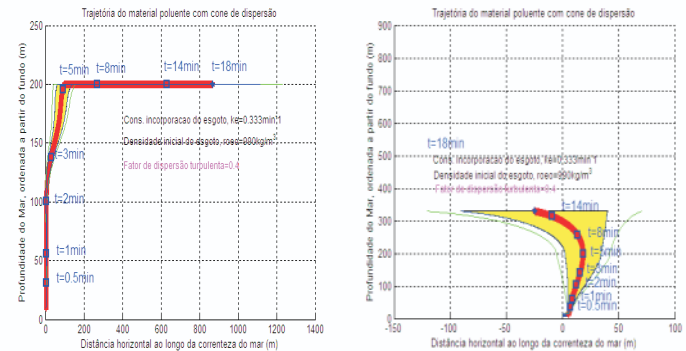


Figura 5 – Na esquerda: Evolução temporal da secção horizontal do orbital do material poluente, na superfície do corpo d'água, devido ao despejo de um emissário situado 200m abaixo da superfície. Na direita: Evolução temporal da secção horizontal do orbital do material poluente, na superfície do corpo d'água, devido ao despejo de um emissário submarino situado 900m abaixo da superfície.

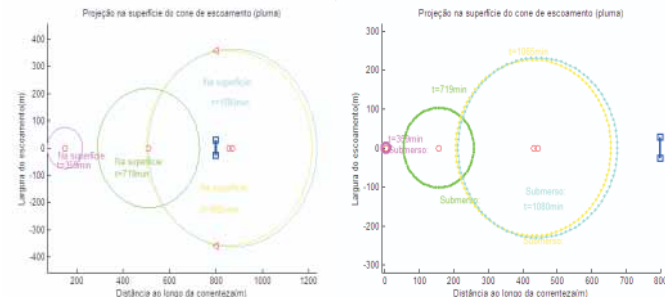


Figura 6 – Evolução temporal comparativa da quantidade de material poluente devido a vazão mássica despejada pelo emissário submarino e a quantidade retida pela barreira de retenção colocada na abscissa de 800m em relação ao ponto de despejo do emissário submarino.

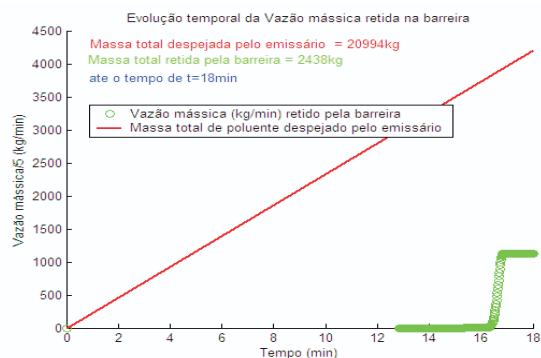


Figura 6 – Evolução temporal comparativa da quantidade de material poluente devido a vazão mássica despejada pelo emissário submarino e a quantidade retida pela barreira de retenção colocada na abscissa de 800m em relação ao ponto de despejo do emissário submarino.

esgotos, ou os óleos combustíveis da cadeia do petróleo, tem densidade menor do que o da água e por isto acabam emergindo em algum ponto na superfície do corpo d'água, onde causam os danos mais significativos ao meio ambiente.

## 6 Conclusões

Os resultados mostrados acima nas figuras obtidas diretamente pela simulação computacional dependem de inúmeros parâmetros pertinentes à física e a

geometria do problema do despejo de poluentes num corpo d'água. Os perfis de velocidade dos particulados e das correntezas são típicos de despejos submarinos, muito comuns na indústria petrolífera e nas obras de esgotos de grandes metrópoles litorâneas. A metodologia de cálculo, bem como o próprio simulador, podem ser usados para simular despejos em canais de pequenas lagoas de decantação. As variações dos parâmetros de entrada do simulador servem para avaliar a adequação da modelagem física e matemática do problema. Alguns resultados obtidos fornecem informações úteis para o conhecimento dos processos físicos que envolvem o material poluente quando em contato com o corpo d'água. Para os dados e parâmetros usados no simulador, observamos que a evolução da trajetória do orbital de poluente pode servir para uma otimização de coleta e/ou de retenção deste material. Isto permite tomar decisões otimizadas para minimizar os efeitos danosos ao meio ambiente e a saúde dos seres vivos que dependem deste corpo d'água. Observamos que a pluma de dispersão pode ser quantizada com relativa precisão e que depende também das diversas correntezas ao longo do volume do corpo d'água. Isto implica numa dependência dos regimes de precipitação pluviométrica e de processos mecânico-atmosféricos de agitação da água. Os processos de



deposição de particulados e de revolvimento do lodo no fundo do leito do reservatório contribuem para a distribuição de concentração dos poluentes e podem ser adicionalmente simulados dentro da modelagem computacional de transporte de massa que propomos neste trabalho. A modelagem aqui proposta deve ser expandida agora para incorporar os diversos processos de transformação do material poluente dentro do orbital de controle. Desta forma, pode-se avaliar

com maior precisão a evolução temporal, por exemplo, da demanda bioquímica de oxigênio, da quantidade total de oxigênio dissolvido, do nitrogênio orgânico, etc, em longo do corpo d'água. No entanto, estes processos bioquímicos não invalidam as formas dos orbitais nem as suas trajetórias ao longo do tempo no espaço físico do corpo d'água em qualquer situação de afluentes, efluentes e regime de escoamento das correntezas do fluido carreador.

## Referências bibliográficas

DEMUYNCK C. et al. Evaluation of pollution reduction scenarios in river basin; application of long term water quality simulations. *Water Science and Technology*, v.35, n.9, p65-75, 1997

DeWITT, D. Fundamentos de Transferência de Calor e Massa, 4ª. Edição

HILDEBRAND, F.D., *Advanced Calculus for Applications*, Prentice Hall, 1962

SPERLING, M.V., *Princípios básicos do tratamento de esgotos*, Departamento de Engenharia Sanitária e Ambiental – DESA, UFMG (2001)